

УДК 621.771.01

Сатонин А. В.  
 Переходченко В. А.  
 Настоящая С. С.  
 Матвеев И. А.

## РАЗВИТИЕ ИНЖЕНЕРНЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ЭНЕРГОСИЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ГОРЯЧЕЙ СИММЕТРИЧНОЙ ПРОКАТКИ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОНКИХ ПОЛОС

Дальнейшее развитие технологий листопрокатного производства неразрывно связано с необходимостью расширения и уточнения соответствующих методов их расчета. Отмеченное в полной мере касается и наименее трудоемких инженерных математических моделей, достаточно широко используемых для предварительного анализа, а также в качестве математического обеспечения различного рода быстродействующих систем автоматизированного проектирования и автоматического регулирования [1].

В настоящее время одной из наиболее широко используемых применительно к расчету энергосиловых параметров процессов прокатки относительно тонких полос, характеризующихся наличием соотношения общей протяженности очага деформации  $L$  и средней толщины  $h_{cp}$  в диапазоне  $L/h_{cp} > 3$ , является методика А. И. Целикова, предполагающая определение текущих по длине зон отставания  $p_{xom}$  и опережения  $p_{xon}$  значений нормальных контактных напряжений как [1, 2]:

$$p_{xom} = (2K_c / \delta_f)[(\xi_0 \delta_f - 1)(h_0 / h_x)^{\delta_f} + 1]; \quad (1)$$

$$p_{xon} = (2K_c / \delta_f)[(\xi_1 \delta_f + 1)(h_x / h_1)^{\delta_f} - 1], \quad (2)$$

где  $2K_c$  – среднеинтегральное по длине и высоте очага деформации удвоенное значение сопротивления сдвигу прокатываемого металла, определяемое в зависимости от степени, скорости и температуры деформации [3];

$\delta_f = 2fL / \Delta h$  – коэффициент, характеризующий влияние граничных условий в очаге деформации;

$f$  – коэффициент, характеризующий согласно закону Амонтона-Кулона [1, 2, 4] величину касательных контактных напряжений  $\tau_x$  в зависимости от соответствующих значений нормальных контактных напряжений  $p_x$  как  $\tau_x = p_x f$ ;

$h_0, h_1, \Delta h = h_0 - h_1$  – исходное и конечное значения толщины, а также величина абсолютного обжатия прокатываемой полосы;

$\xi_0 = 1 - \sigma_0 / 2K_c, \xi_1 = 1 - \sigma_1 / 2K_c$  – коэффициенты, характеризующие влияние напряжений заднего  $\sigma_0$  и переднего  $\sigma_1$  натяжений.

Относительная простота аналитических зависимостей (1) и (2), графическая интерпретация которых представлена на рис. 1, предопределила возможность достаточно широкого использования полученных на их основе методов расчета интегральных показателей энергосиловых параметров, особенно при холодной прокатке. В то же время использование данных решений применительно к условиям реализации процесса горячей прокатки относительно тонких полос, характеризующихся повышенными уровнями коэффициентов внешнего контактного трения  $f$ , является весьма проблематичным. В частности, общеизвестным является положение о том, что касательные контактные напряжения в очаге деформации

$\tau_x = p_x f$  не должны превышать соответствующие значения сопротивления сдвигу прокатываемого металла, то есть  $\tau_x \leq K_c$  [4]. Исходя из изложенного выше для текущих значений коэффициента напряженного состояния  $n_{\sigma_x} = p_x / 2K_c$ , можно записать  $p_x f \leq K_c$ , откуда:

$$p_x / 2K_c = n_{\sigma_x} \leq 1/(2f). \quad (3)$$

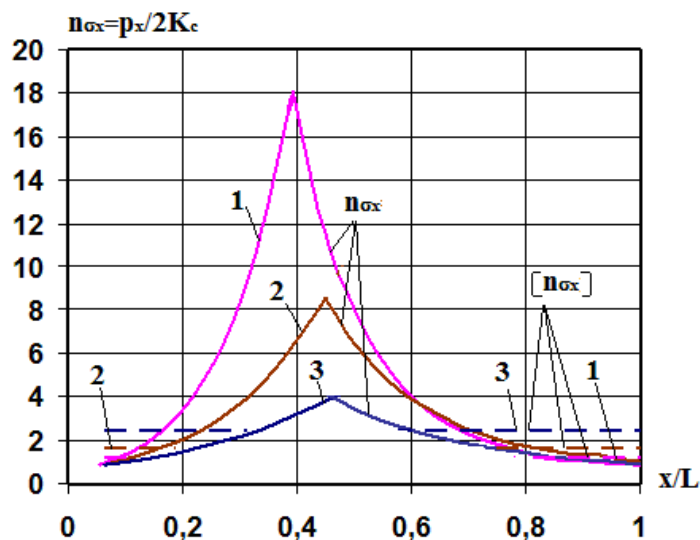


Рис. 1. Расчетные согласно уравнениям (1) и (2) [1, 2] распределения текущих по длине очага деформации значений коэффициента напряженного состояния металла  $n_{\sigma_x}$  при горячей симметричной прокатке относительно тонких полос ( $h_0 = 3,0$  мм;  $h_1 = 2,1$  мм;  $R = 350$  мм;  $1 - f = 0,4$ ;  $2 - f = 0,3$ ;  $3 - f = 0,2$ )

Из анализа представленных расчетных распределений (см. рис. 1) следует, что при использовании закона Амонтона-Кулона условие (3) не выполняется на значительном участке очага деформации, при этом с увеличением коэффициента трения  $f$  и геометрического соотношения  $L/h_{cp}$  относительная протяженность данного участка возрастает, что свидетельствует о предпочтительности применения в этом случае закона Зибеля в виде  $\tau_x = 2K_c \mu$  [4]. К завышению результатов расчета процессов горячей прокатки приводит и использование инженерного варианта условия пластичности [1, 2], пренебрегающего влиянием касательных компонент девиатора напряжений  $\tau_{xy}$ .

Целью работы является уточнение граничных условий и инженерных методов расчета энергосиловых параметров при горячей симметричной прокатке относительно тонких полос.

Осуществив по аналогии с методиками работ [1, 2] разбиение интегрального очага деформации (рис. 2, а) на зону отставания и зону опережения протяженностями, соответственно  $L_{om}$  и  $L_{on}$ , рассмотрим условие статического равновесия выделенного в рамках зоны отставания элементарного объема металла (рис. 2, б) при проектировании всех действующих сил на горизонтальную ось  $X$ :

$$\sigma_x h_x - (\sigma_x + d\sigma_x)(h_x + dh_x) + 2p_{xот} dx \sin \alpha_x / \cos \alpha_x - 2\tau_x dx \cos \alpha_x / \cos \alpha_x = 0, \quad (4)$$

где  $p_x, \sigma_x, \tau_x$  — текущие значения нормальных контактных, нормальных осевых и касательных контактных напряжений, при этом за положительные значения  $\sigma_x$  приняты напряжения сжатия, а  $\tau_x$  — напряжения векторно сонаправленные с перемещением прокатываемого металла;

$h_x, \alpha_x$  – текущие значения толщины прокатываемой полосы и углов контакта, количественные оценки которых при аппроксимации контактных дуг хордами равны  $h_x = h_1 + \Delta h x / L$  и  $\alpha_x = \alpha = \arctg(0,5\Delta h / L)$ .

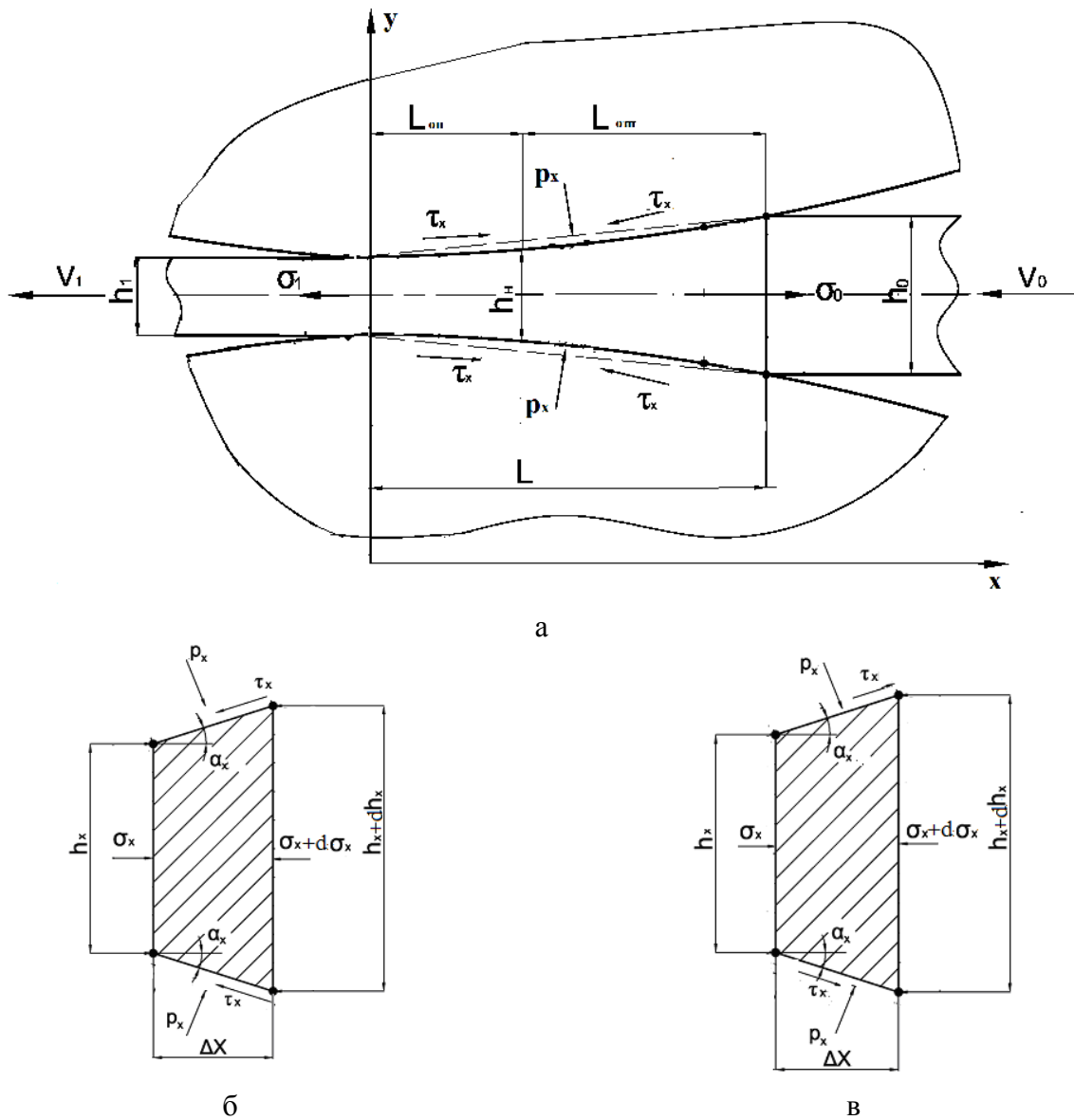


Рис. 2. Расчетные схемы интегрального очага деформации (а), а также выделенных в зоне отставания (б) и в зоне опережения (в) элементарных объемов металла применительно к инженерному математическому моделированию энергосиловых параметров процесса горячей симметричной прокатки относительно тонких полос

Приняв во внимание рекомендуемый закон внешнего контактного трения  $\tau_x = 2K_c \mu$  и пренебрегая бесконечно малыми второго порядка  $d\sigma_x dh_x \approx 0$ , а также с учетом очевидных чисто геометрических соотношений  $2dx \sin \alpha_x / \cos \alpha_x = 2dxtq\alpha = dh_x$  и  $dx = dh_x / (2tq\alpha)$ , дифференциальное уравнение (4) может быть представлено в виде:

$$-\sigma_x dh_x - d\sigma_x h_x + p_{хот} dh_x - 2K_c 2\mu dh_x / (2tq\alpha) = 0, \tag{5}$$

где  $\mu$  – коэффициенты пластического трения, значения которых приняты постоянными по всей длине очага деформации.

Исходя из полной формы записи условия пластичности [4]:

$$(p_x - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4K_c^2, \quad (6)$$

и учитывая результаты двумерного анализа напряженного состояния металла [3, 5], согласно которым касательные компоненты девиатора напряжений  $\tau_{xy}$  по высоте сечений очага деформации изменяются по закону близкому к линейному, а их среднеинтегральная оценка соответствует выражению вида:

$$\tau_{xyc} = \tau_x / 2 = 2K_c \mu / 2, \quad (7)$$

величина нормальных осевых напряжений  $\sigma_x$  может быть определена как:

$$\sigma_x = p_{xom} - \sqrt{4K_c^2 - 4\tau_{xy}^2} = p_{xom} - \sqrt{4K_c^2 - 4K_c^2 \mu^2} = p_{xom} - 2K_c \sqrt{1 - \mu^2} = p_{xom} - 2K_c a_k, \quad (8)$$

где  $a_k = \sqrt{1 - \mu^2}$  – вспомогательная переменная, используемая для упрощения формы записи.

С учетом подстановки зависимости (8) в условие (5), получим следующее дифференциальное уравнение:

$$2K_c a_k dh_x - dp_{xom} h_x - 2K_c \delta_\mu dh_x = 0, \quad (9)$$

где  $\delta_\mu = 2\mu L / \Delta h$  – еще одна вспомогательная переменная, характеризующая по аналогии с  $\delta_f$  уравнений (1) и (2) влияние граничных условий в очаге деформации процесса горячей прокатки.

Преобразовав уравнение (9) к виду:

$$2K_c (a_k - \delta_\mu) (dh_x / h_x) = dp_{xom}, \quad (10)$$

в результате интегрирования получим:

$$2K_c (a_k - \delta_\mu) \ln h_x = p_{xom} + C_{от}, \quad (11)$$

где  $C_{от}$  – постоянная интегрирования, определяемая для зоны отставания исходя из известных значений нормальных контактных напряжений в сечении на входе в очаг деформации  $p_{xom}|_{h_x=h_0} = 2K_c a_k - \sigma_0$  (см. рис. 2, а):

$$C_{от} = 2K_c (a_k - \delta_\mu) \ln h_0 - 2K_c a_k + \sigma_0. \quad (12)$$

Подставив (12) в уравнение (11) в окончательном виде по отношению к текущим по длине зоны отставания значениям нормальных контактных напряжений  $p_{хот}$ , получим:

$$p_{хот} = 2K_c (\delta_\mu - a_k) \ln(h_0 / h_x) + 2K_c a_k - \sigma_0. \quad (13)$$

Аналогично и применительно к зоне опережения очага деформации (см. рис. 2, а, в):

$$\sigma_x h_x - (\sigma_x + d\sigma_x)(h_x + dh_x) + 2p_{xon} dx + 2\tau_x dx = 0, \quad (14)$$

откуда в полном соответствии с решениями (5)–(11) имеем:

$$2K_c(a_k + \delta_\mu) \ln h_x = p_{xon} + C_{on}, \quad (15)$$

где  $C_{on}$  – постоянная интегрирования, определяемая для зоны опережения, исходя из известных значений нормальных контактных напряжений в сечении на выходе из очага деформации  $p_{xon}|_{h_x=h_1} = 2K_c a_k - \sigma_1$  (см. рис. 2, а):

$$C_{on} = 2K_c(a_k + \delta_\mu) \ln h_1 - 2K_c a_k + \sigma_1. \quad (16)$$

Обобщив выражения (15) и (16) в окончательном виде по отношению к зоне опережения, получим:

$$p_{xon} = 2K_c(\delta_\mu + a_k) \ln(h_x / h_1) + 2K_c a_k - \sigma_1. \quad (17)$$

Исходя из условия равенства нормальных контактных напряжений для зоны отстаивания и зоны опережения в нейтральном сечении очага деформации  $p_{xom}|_{h_x=h_n} = p_{xon}|_{h_x=h_n}$  запишем:

$$2K_c(\delta_\mu - a_k) \ln(h_0 / h_n) + 2K_c a_k - \sigma_0 = 2K_c(\delta_\mu + a_k) \ln(h_n / h_1) + 2K_c a_k - \sigma_1, \quad (18)$$

откуда толщина полосы в данном сечении  $h_n$  и протяженность зоны опережения  $L_{on}$  (см. рис. 2, а) могут быть определены как:

$$\begin{aligned} h_n &= \exp\{[\delta_\mu \ln(h_0 h_n) - a_k \ln(h_0 / h_1) + \sigma_1 / 2K_c - \sigma_0 / 2K_c] / (2\delta_\mu)\} = \\ &= \sqrt{h_0 h_1} \exp\{a_k \ln(h_1 / h_0) + \sigma_1 / 2K_c - \sigma_0 / 2K_c\} / (2\delta_\mu); \end{aligned} \quad (19)$$

$$L_{on} = (h_n - h_1)L / \Delta h. \quad (20)$$

В результате интегрирования расчетных согласно (13) и (17) распределений нормальных контактных напряжений  $p_{xom}$ ,  $p_{xon}$  по длине всего очага деформации:

$$n_\sigma = (1/L) \left[ \int_0^{L_{on}} p_{xon} dx + \int_{L_{on}}^L p_{xon} dx \right], \quad (21)$$

может быть определена и среднеинтегральная оценка коэффициента напряженного состояния металла  $n_\sigma = p_c / 2K_c$ , знание которой необходимо для расчета среднеинтегрального значения нормальных контактных напряжений  $p_c$  и величины силы прокатки  $P = 2K_c n_\sigma BL = p_c BL$ :

$$n_{\sigma} = \frac{1}{L} \left\{ \int_0^{L_{on}} [(\delta_{\mu} + a_k) \ln(\frac{h_1 + \Delta hx/L}{h_1})] dx + \int_0^{L_{on}} (a_k - \frac{\sigma_1}{2K_c}) dx + \int_{L_{on}}^L [(\delta_{\mu} - a_k) \ln(\frac{h_1 + \Delta hx/L}{h_0})] dx + \int_{L_{on}}^L (a_k - \frac{\sigma_0}{2K_c}) dx \right\}, \quad (22)$$

откуда с учетом замены переменных  $(h_1 + \Delta hx/L)/h_1 = U_1$ ,  $(h_1 + \Delta hx/L)/h_0 = U_2$ , пределов интегрирования и собственно самого интегрирования с последующими математическими преобразованиями в окончательном виде имеем:

$$n_{\sigma} = \frac{1}{L} \left\{ \int_1^{h_n/h_1} \frac{h_1 L}{\Delta h} [(a_k + \delta_{\mu}) \ln U_1] dU_1 + (a_k - \frac{\sigma_1}{2K_c}) L_{on} + \int_{h_n/h_0}^1 \frac{h_0 L}{\Delta h} [(a_k - \delta_{\mu}) \ln U_2] dU_2 + (a_k - \frac{\sigma_0}{2K_c})(L - L_{on}) = (\delta_{\mu} + a_k) \left[ \frac{h_n}{\Delta h} \ln \frac{h_n}{h_1} - \left( \frac{h_n - h_1}{\Delta h} \right) \right] + (a_k - \frac{\sigma_1}{2K_c}) \left( \frac{h_n - h_1}{\Delta h} \right) + (\delta_{\mu} - a_k) \left[ \frac{h_0 - h_n}{\Delta h} - \frac{h_n}{\Delta h} \ln \frac{h_0}{h_n} \right] + (a_k - \frac{\sigma_0}{2K_c}) \left( \frac{h_0 - h_n}{\Delta h} \right) \right\}. \quad (23)$$

Величина суммарного момента прокатки, учитывая противонаправленность касательных контактных напряжений  $\tau_x$  в зонах отстаивания и опережения (см. рис. 2) в этом случае соответствует:

$$M_{\Sigma} = 2 \times 2K_c \mu RB(L - 2L_{on}) = 2 \times 2K_c \mu RBL[1 - 2(h_n - h_1)/\Delta h], \quad (24)$$

где  $R$  и  $B$  – радиус рабочих валков и ширина прокатываемой полосы.

В целом представленные зависимости в сочетании с расчетом среднеинтегрального значения удвоенного сопротивления сдвигу  $2K_c$ , учетом упругого сплющивания рабочих валков и наличие зоны упругого восстановления [1–3] составили полный алгоритм по инженерному математическому моделированию энергосиловых параметров процесса горячей прокатки относительно тонких полос с учетом более реального характера распределений граничных условий очага деформации.

В качестве примера результатов численной реализации зависимостей (13), (17), (19) и (23) на рис. 3 представлены расчетные распределения текущих  $n_{\sigma x}$  и среднеинтегральных  $n_{\sigma}$  по длине очага деформации значений коэффициента напряженного состояния металла, а также результаты их сопоставления с аналогичными распределениями, полученными при тех же исходных данных на основе метода полей линий скольжения [3, 5]. Из анализа представленных результатов следует, что качественно расчетные распределения, полученные на основе предложенной методики и на основе метода полей линий скольжения полностью соответствуют друг другу. Количественно среднеинтегральные оценки  $n_{\sigma}$ , предоставляемые зависимостями (19) и (23) несколько превышают аналогичные оценки, полученные автором работы [5], что обусловлено отличием среднеинтегральных по высоте очага деформации значений касательных компонент девиатора напряжений и аналогичных значений, имеющих место непосредственно на контактных поверхностях. Вместе с тем степень указанного несоответствия в относительном измерении не превысила 5 %, что подтверждает правомерность использования рассмотренных в рамках данной работы теоретических решений.

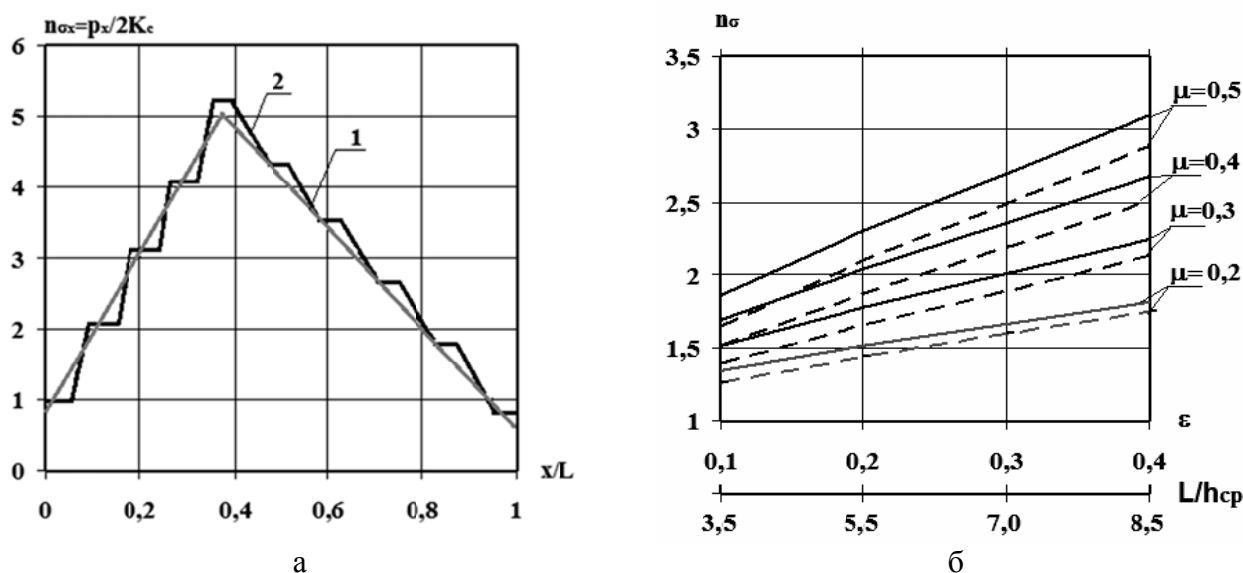


Рис. 3. Расчетные, полученные согласно рассмотренной методике (1) и на основе метода полей линий скольжения (2) [3, 5], распределения текущих  $n_{\alpha}$  (а) и среднеинтегральных  $n_{\sigma}$  по длине очага деформации значений коэффициента напряженного состояния металла при горячей прокатке относительно тонких полос

### ВЫВОДЫ

На основе уточнения исходных предпосылок по условию пластичности и аналитическому описанию коэффициента внешнего контактного трения получили развитие инженерные методы расчета энергосиловых параметров процесса горячей симметричной прокатки относительно тонких полос, при этом степень их несоответствия по отношению к более строгим двумерным методам анализа в относительном измерении не превысила 5 %.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Целиков А. И. *Теория продольной прокатки* / А. И. Целиков, Г. С. Никитин, С. Е. Рокотян. – М. : Металлургия, 1980. – 320 с.
2. Василев Я. Д. *Теорія позовдвжньої прокатки : підручник* / Я. Д. Василев, О. А. Мінаєв. – Донецьк : УНІТЕХ, 2009. – 488 с.
3. Федоринов В. А. *Математическое моделирование напряжений, деформаций и основных показателей качества при прокатке относительно широких листов и полос* : монография / В. А. Федоринов, А. В. Сатонин, Э. П. Грибков. – Краматорск : ДГМА, 2010. – 156 с.
4. Лаптев А. М. *Построение диаграмм для определения коэффициента трения в формуле Леванова по методу осадки кольца* / А. М. Лаптев, Я. Ю. Ткаченко, В. И. Жабин // *Обработка материалов давлением : сб. науч. трудов.* – Краматорск : ДГМА, 2011. – №3 (28). – С. 129–135.
5. Потапкин В. Ф. *Метод полей линий скольжения в теории прокатки широких полос* : монография / В. Ф. Потапкин. – Краматорск : ДГМА, 2005. – 316 с.

Сатонин А. В. – д-р техн. наук, проф. кафедры АММ ДГМА;  
 Настоящая С. С. – аспирант кафедры АММ ДГМА;  
 Переходченко В. А. – нач. бюро ПАО «НКМЗ»;  
 Матвеев И. А. – студент ДГМА.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

ПАО «НКМЗ» – Публичное акционерное общество «Новокраматорский машиностроительный завод», г. Краматорск.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua

Статья поступила в редакцию 16.01.2012 г.